

题级: _____ 姓名: _____ 得分: _____

单元素养测评卷（一）

第三章

（时间：120 分钟 分值：150 分）

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- $A_7^2 - C_7^5 =$ ()
A. 63 B. 10
C. 21 D. 0
- 为了了解全国观众对 2024 年春晚语言类节目的满意度，某网站对 2024 年春晚的 2700 名观众按性别采用分层抽样的方法进行抽样调查，已知这 2700 名观众中男、女人数之比为 5 : 4，若样本容量为 135，则不同的抽样结果共有 ()
A. $C_{2700}^{1500} \cdot C_{1200}^{135}$ 种 B. $C_{1500}^{75} \cdot C_{1200}^{60}$ 种
C. $A_{2700}^{1500} \cdot A_{1200}^{135}$ 种 D. $A_{1500}^{75} \cdot A_{1200}^{60}$ 种
- 2023^{2024} 被 4 除的余数为 ()
A. 0 B. 1
C. 2 D. 3
- [2025 · 湖北宜昌高二期中] $\left(x - \frac{y}{2}\right)(x + 2y)^5$ 的展开式中 x^3y^3 的系数为 ()
A. 12 B. 40
C. 60 D. 100
- 直线 $ax + by + c = 0$ (a, b 不全为 0) 与圆 $x^2 + y^2 = 50$ 有公共点，且公共点的横、纵坐标均为整数，那么这样的直线有 ()
A. 60 条 B. 66 条
C. 72 条 D. 78 条
- [2024 · 安徽池州一中高二月考] 2024 年元旦假期，哈尔滨这座“冰城”火了，三天接待游客 300 多万人次，神秘的鄂伦春族再次走进世人的眼帘，这些英雄的后代讲述着英雄的故事，让哈尔滨大放异彩。现安排 6 名鄂伦春小伙去三个不同的景点宣传鄂伦春族的民俗文化，每个景点至少安排 1 人，则不同的安排方法的种数为 ()
A. 240 B. 420
C. 540 D. 900
- 已知 $(1 - 3x)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ ，则 $|a_1| + |a_2| + |a_3| + |a_4| + |a_5| =$ ()
A. 31 B. 1023
C. 1024 D. 32

8. 在二项式 $(bx^{-\frac{1}{2}} + ax)^8$ 的展开式中，所有项的系数之和记为 S，第 r 项的系数记为 P_r ，若 $S = 3^8 P_9$ ，则 $\frac{a}{b}$ 的值为 ()

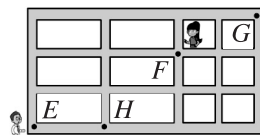
- A. $-\frac{1}{4}$ B. 2 或 -4
C. 2 D. $\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{1}{4}$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 已知二项式 $\left(ax - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^6$ ，则下列说法正确的是 ()

- A. 若 $a = 1$ ，则展开式中的常数项为 15
B. 展开式中有理项的个数为 4
C. 若展开式中各项系数之和为 64，则 $a = 3$
D. 展开式中二项式系数最大的项为第 3 项

10. [2025 · 浙江湖州高二期末] 小明与小华两位同学计划去老年公寓参加志愿者活动。小明在如图的街道 E 处，小华在如图的街道 F 处，老年公寓位于如图的 G 处，则下列说法正确的是 ()



- A. 小华到老年公寓的最短路径有 4 条
B. 小明到老年公寓的最短路径有 35 条
C. 若图中 H 处修路不通，则小明到老年公寓的最短路径有 15 条
D. 若小明要去图中 H 处取参加活动的必需物资，则小明到老年公寓的最短路径有 25 条

11. “杨辉三角”是中国古代数学文化的瑰宝之一，出现在南宋数学家杨辉于 1261 年所著的《详解九章算术》一书中。“杨辉三角”揭示了二项式系数在三角形数表中的一种几何排列规律，如图所示。下列关于“杨辉三角”的说法中错误的是 ()

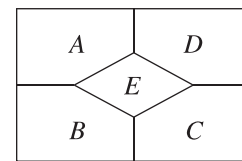
第0行	1
第1行	1 1
第2行	1 2 1
第3行	1 3 3 1
第4行	1 4 6 4 1
第5行	1 5 10 10 5 1
第6行	1 6 15 20 15 6 1
第7行	1 7 21 35 35 21 7 1
第8行	1 8 28 56 70 56 28 8 1

- A. $C_4^3 + C_5^3 + \cdots + C_9^3 = 210$
B. 第 2023 行中从左往右第 1011 个数与第 1012 个数相等
C. 记第 n 行的第 i 个数为 a_i ，则 $\sum_{i=1}^{n+1} 3^{i-1} a_i = 4^n$
D. 第 20 行中第 12 个数与第 13 个数的比值为 $\frac{4}{3}$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. [2025 · 江苏镇江高二期中] $C_{2025}^0 - 2C_{2025}^1 + 2^2C_{2025}^2 - 2^3C_{2025}^3 + \cdots + 2^{2024}C_{2025}^{2024} - 2^{2025}C_{2025}^{2025}$ 的值为_____。

13. 如图所示，现要在五个区域中涂色，有四种颜色可供选择，要求每个区域只涂一种颜色，相邻区域所涂颜色不同，则不同的涂色方法的种数为_____。（用数字作答）



14. [2024 · 辽宁大连高二期末] 现有 A, B, C, D, E 五名学生参加现代农业技术模块、影视艺术创作模块和生物创新实验模块这三个模块的实践活动，每个人只能参加一个模块，每个模块至少有一个人参加，其中 A 不参加现代农业技术模块，生物创新实验模块最多有两个人参加，则不同的分配方式共有_____种。

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (13 分) 从 6 男 4 女共 10 名志愿者中，选出 3 人参加社会实践活动。
(1) 共有多少种不同的选择方法？
(2) 若要求选出的 3 名志愿者中有 2 男 1 女，且他们分别从事经济、文化和民生方面的问卷调查工作，求共有多少种不同的选派方法？



16. (15 分) 已知二项式 $\left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{2\sqrt[3]{x}}\right)^n$ ($n \in \mathbf{N}^*$).

(1) 当 $n=5$ 时, 求二项式的展开式中各项系数的和;

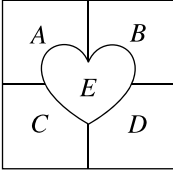
(2) 若 $n=14$, 记二项式的展开式中第 $r+1$ 项的系数为 a_r , 求 $\sum_{r=0}^n r a_r$.

17. (15 分) 如图, 某心形花坛中有 A, B, C, D, E 共 5 个区域, 每个区域只种植一种颜色的花.

(1) 要把 5 种不同颜色的花种植到这 5 个区域中, 每种颜色的花都必须种植, 共有多少种不同的种植方案?

(2) 要把 4 种不同颜色的花种植到这 5 个区域中, 每种颜色的花都必须种植, 共有多少种不同的种植方案?

(3) 要把红、黄、蓝、白 4 种不同颜色的花种植到这 5 个区域中, 每种颜色的花都必须种植, 要求相同颜色的花不能相邻种植, 且有两个相邻的区域种植红、黄 2 种不同颜色的花, 共有多少种不同的种植方案?



18. (17 分) (1) 若 $x > 0$, 且 n 是正整数, 求证: $(1+x)^n \geq 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2}x^2$.

(2) 依据(1)中的结论对下列问题进行近似计算: 假定某市有 1000 万人, 且人口的年平均增长率为 1.1%, 那么 10 年后该市大约有多少万人?

19. (17 分) [2025 · 江苏南京高二期中] 我们学过组合数的定义: $C_n^m = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)}{m!}$, 其中 $m \in \mathbf{N}, n \in \mathbf{N}^*$, 并且 $m \leq n$. 牛顿

在研究广义二项式定理过程中把二项式系数 C_n^m 中的下标 n 推广到任意实数, 规定广义组合数 $C_x^m = \frac{x(x-1)\cdots(x-m+1)}{m!}$ 是组合数的一种推广, 其中 $m \in \mathbf{N}, x \in \mathbf{R}$, 且规定 $C_x^0 = 1$. 于是广义二项式定理可写成 $(1+x)^a = C_a^0 + C_a^1 \cdot x^1 + C_a^2 \cdot x^2 + C_a^3 \cdot x^3 + \cdots + C_a^n \cdot x^n + \cdots$, 其中 $|x| < 1$, 等式右端有无穷项.

种推广, 其中 $m \in \mathbf{N}, x \in \mathbf{R}$, 且规定 $C_x^0 = 1$. 于是广义二项式定理可写成 $(1+x)^a = C_a^0 + C_a^1 \cdot x^1 + C_a^2 \cdot x^2 + C_a^3 \cdot x^3 + \cdots + C_a^n \cdot x^n + \cdots$, 其中 $|x| < 1$, 等式右端有无穷项.

(1) 求 C_4^5 和 $C_{0.5}^2$ 的值;

(2) 计算 $1.1^{1.8}$ 的近似值, 结果保留到小数点后两位;

(3) 求 $C_{0.7}^{20} \cdot C_{1.3}^0 + C_{0.7}^{19} \cdot C_{1.3}^1 + C_{0.7}^{18} \cdot C_{1.3}^2 + \cdots + C_{0.7}^1 \cdot C_{1.3}^{19} + C_{0.7}^0 \cdot C_{1.3}^{20}$ 的值.